

实验 17 LRC 串联电路

电阻、电容及电感是电路中的基本元件，由 RC、RL、LRC 构成的串联电路具有不同的特性，包括暂态特性、稳态特性、谐振特性，它们在实际应用中都起着重要的作用。

【实验目的】

1. 掌握 RC、RL 和 LRC 串联电路的幅频特性和相频特性的测量方法；
2. 用示波器观察 RC、RL 和 LRC 串联电路的暂态过程，加深对电容充、放电规律，电感的电磁感应特性及振荡回路特点的理解和认识，理解电路时间常数 τ 的物理意义；
3. 用实验的方法测量 LRC 电路的谐振频率，利用幅频曲线求出电路的品质因数 Q 值；
4. 进一步掌握示波器的使用方法；

【实验要求】

1. 取不同参数的 RC 或 RL 组成串联电路，测量并描绘当时间常数小于或大于方波的半周期时的电容或电感上的波形，计算时间常数并与理论值比较；
2. 选择不同的 LRC 组成的串联电路，测量并描绘欠阻尼过程、临界阻尼过程、过阻尼过程时电容上的波形，计算时间常数并与理论之比较。注意方波的周期应远大于 LRC 串联电路的时间常数；
3. 把正弦交流电 U_i 输入到 RC 和 RL 组成的串联电路，测量电容和电阻两端的输出电压幅度随 U_i 的频率变化，分别测量 10 个频点。在同一时间轴下绘出幅频和相频的关系曲线，幅频曲线的幅值用相对变化表示；
4. 把正弦交流电 U_i 输入到 LRC 组成的串联电路时，测量各元件两端的输出电压幅度随 U_i 的频率变化。绘出幅频和相频的关系曲线，绘图要求同 3. 确定谐振频率，计算品质因素，分别测量 20 个频点；取不同的电容两个进行测量并进行比较分析。

【实验提示】

1. RC 串联电路的暂态过程

在由电容 C 和电阻 R 组成的电路中，暂态过程是电容的充放电的过程。图 1 为 RC 串联电路。其中信号源用方波信号。在上半个周期内，方波电压 +E，其对电容充电；在下半个周期内，方波电压为零，电容对地放电。充电过程中回路方程为：

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E \quad (1)$$

由初始条件 $t = 0$ 时， $U_C = 0$ ，得解为

$$U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (2)$$
$$U_R = iR = Ee^{-\frac{t}{RC}}$$

从 U_C 、 U_R 二式可见， U_C 是随时间 t 按指数函数规律增长，而电阻电压 U_R 随时间 t 按指数函数规律衰减，如图 2 中 $U-t$ 、 U_C-t 及 U_R-t 曲线所示。

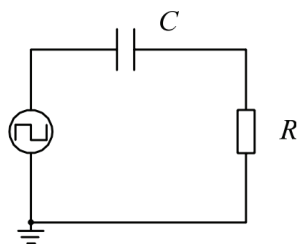


图1 RC 串联电路

在充放电过程中的回路过程为

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \quad (3)$$

由初始条件 $t=0$ 时, $U_C = E$, 得解为

$$U_C = E e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4)$$

$$U_R = iR = -E e^{-\frac{t}{RC}}$$

从 U_C 、 U_R 二式可见, 它们都是随时间 t 按指数函数规律衰减, 式中的 $RC = \tau$ 具有时间的量纲, 称为时间常数, 是表征暂态过程进行得快慢的一个重要物理量。与时间常数 τ 有关的另一个在实验中较容易测定的特征值, 称为半衰期 $T_{1/2}$ 。表示在串联电路的充电过程中, 电容上的电压由 0 上升(或下降)至 $E/2$ 所需的时间。它同样反映了暂态过程的快慢程度, 与 τ 的关系为:

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 = 0.693\tau \quad (5)$$

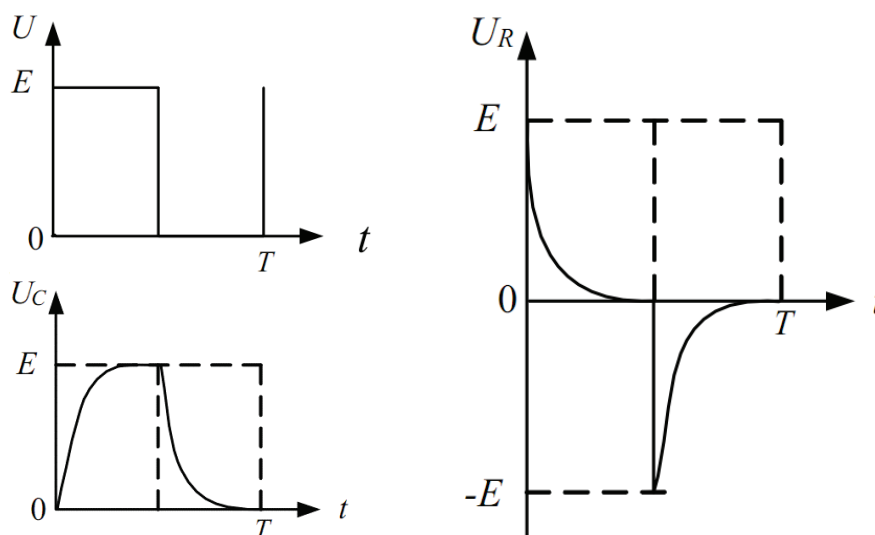


图2 RC 串联电路充放电曲线

2.RL 串联电路的暂态过程

将电感和电阻串联成的电路, 与 RC 串联电路进行类似分析可得, RL 串联电路的时间常数 τ 及半衰期 $T_{1/2}$ 分别为:

$$\tau = \frac{L}{R}, \quad T_{1/2} = 0.693\tau = 0.693 \frac{L}{R} \quad (6)$$

3.LRC 串联电路的暂态过程

在电感、电容和电阻串联成的电路中, 当接通与断开电源时, 电容上电压满足的微分方程为:

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E \quad (7)$$

等式边同除以 LC, 并令

$$\beta = R/2L \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (8)$$

则上式可化为

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + 2\beta \frac{dU_C}{dt} + \omega_0^2 U_C = \omega_0^2 E \quad (9)$$

上式为一阻尼振荡方程， β 为阻尼系数， ω_0 为电路的固有频率。又由本过程的两个初始条件

$$U_C|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{dU_C}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (10)$$

所以上式最终解的形式取决于 β 和 ω_0 的相对大小。下面就分三种情况给出结果：

(1) 欠阻尼

当 $\beta^2 - \omega_0^2 < 0$ 时，称为欠阻尼，其解为

$$U_C = E - Ee^{-\beta t} \left(\cos \omega t + \frac{\beta}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (11)$$

式中， $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ，式(11)称为阻尼振荡解。

(2) 过阻尼

当 $\beta^2 - \omega_0^2 > 0$ 时，称为过阻尼，其解为

$$U_C = E - \frac{E}{2r} e^{-\beta t} [(\beta + \gamma)e^{\gamma t} - (\beta - \gamma)e^{-\gamma t}] \quad (12)$$

式中， $\gamma = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$ 。

(3) 临界阻尼

当 $\beta^2 - \omega_0^2 = 0$ 时，称为临界阻尼，其解为

$$U_C = E - E(1 + \beta t)e^{-\beta t} \quad (13)$$

当电路达到稳定后，突然撤去电源电动势($E=0$)，电路的变化类似于充电过程。方程的解也分为三种情况。

以上讨论的充、放电的条件是加阶越波且源内阻=0。在实验中，我们可以用内阻很小的方波源来代替上述条件。只要方波的周期远大于电路的时间常数就可以。

上述三种情况下 U_C 随时间 t 的变化如图 3 所示

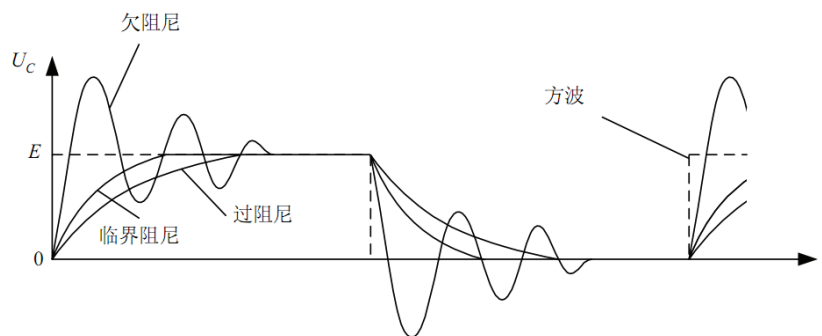


图 3 LRC 串联电路充、放电波形

4. RC、RL 稳态电路

当把正弦交流电 U_i 输入到 RC(或 RL)组成的串联电路时，电容或电阻两端的输出电压 U_0 的幅度及相位将随输入电压 U_i 的频率而变化。在这样的回路中只要测得在不同输入频率下的各元件的电压值，就可以得到幅频和相频的关系。

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{U_L}{U_R} = \text{tg}^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad (14)$$

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{U_C}{U_R} = \operatorname{tg}^{-1} \left(-\frac{1}{\omega CR} \right) \quad (15)$$

5. LRC 谐振电路

1) 如图 4 所示的是 LRC 串联电路。LRC 串联电路的阻抗和相位差可通过矢量图的方法计算，因为通过各元件的电流是共同的。取电流矢量 I 为水平基准，又由于各分电压与电流的相位差为

$$\varphi_R = 0, \quad \varphi_L = \pi/2, \quad \varphi_C = -\pi/2,$$

所以各元件的电压有效值为

$$U_R = IZ = IR, \quad U_L = IZ_L = I\omega L, \quad U_C = IZ_C = I/\omega C \quad (16)$$

总电压

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad \text{或} \quad U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (17)$$

电路总阻抗为

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (18)$$

电流与信号电压的位相差为

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{U_L - U_C}{U_R} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (19)$$

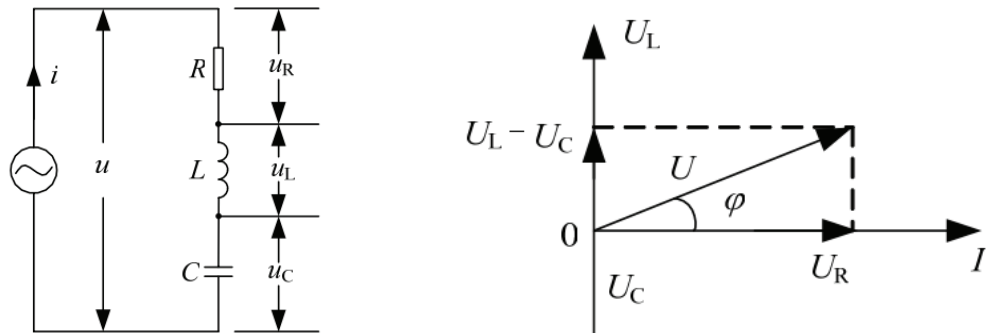


图 4 LRC 串联电路

2) 谐振现象

从上述可知，当电压一定时，若电源频率满足

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{或} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (20)$$

则电路阻抗达到其极小值 $Z_0 = R$ ，电路中，电流达到其极大值 $I_m = U/R$ ，这种现象，称为谐振现象，发生谐振时的频率 f_0 称为谐振频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (21)$$

利用上述关系式，可以得到串联谐振电路的阻抗 Z 、电流 I 和位相差 $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ 随频率变化的曲线，如图 5 所示，定性而言，由式(17)和(18)可以看出，低频时 $f < f_0$ ， $1/\omega C > \omega L$ ，容抗大于感抗， $\varphi < 0$ ，此时总电压落后于电流，整个电路呈电容性；谐振时， $\varphi = 0$ ，整个电路呈电阻性；高频时 $f > f_0$ ， $\omega L > 1/\omega C$ ，感抗大于容抗， $\varphi > 0$ ，此时总电压超前

于电流，整个电路呈电感性。

3) 谐振电路中的品质因数

a. Q 值的一种定义和电压分配

利用式 $I_m = U/R$ ，可以得到串联谐振电路中的电阻、电感和电容上的电压分别为

$$\begin{aligned} U_R &= I_m R = U \\ U_L &= I_m Z_L = \frac{U}{R} \omega_0 L \\ U_C &= I_m Z_C = \frac{U}{R} \frac{1}{\omega_0 C} = U_L \end{aligned} \quad (22)$$

谐振时电感上的电压 U_L 与总电压 U 的比较，称为谐振电路的品质因数，用 Q 表示，即

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (23)$$

当总电压一定时， Q 值越高， U_L 和 U_C 越大。 Q 值是一个标志谐振电路性能好坏的物理量。

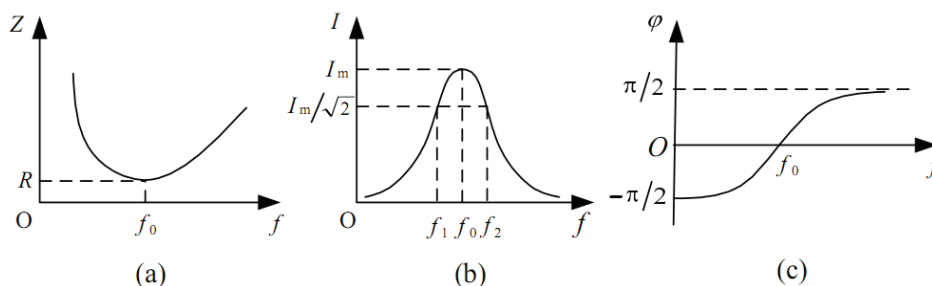


图 5 串联谐振电路的谐振曲线以及相位随频率的变化

b. 谐振电路的频率选择性

谐振电路在无线电技术中最总要的应用是选择讯号。为了定量说明频率选择性的好坏程度，通常规定在谐振峰两边 $I = (1/\sqrt{2})I_m$ 处的频率宽度为通频带宽度 Δf ，如图 5(b)所示，有

$$\Delta f = f_2 - f_1 \quad (24)$$

$$I(f_1) = I(f_2) = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (25)$$

可以证明，谐振电路的通频带宽度 Δf 反比于谐振电路的 Q 值，即

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (26)$$

Q 值越大，通频带宽度 Δf 越小，谐振峰越尖锐。因此， Q 值越大，谐振电路的频率选择性就越好。

【实验仪器】

功率函数信号发生器、存储示波器、实验接线板、电阻、电容、电感、数字万用表、数字式电容表、晶体管毫伏表等。

【问题与讨论】

1. 在 RC 暂态过程中，固定方波的频率，而改变电阻的阻值，为什么会有不同的波形？而改变方波的频率，会得到类似的波形吗？
2. 电容、电感均为储能元件，试从能量转换观点分析解释 RLC 阻尼振荡波形的原理及特点；
3. 在 LRC 暂态过程中，若方波的频率很高或很低，能观察到阻尼振荡的波形吗？如何由阻

尼振荡的波形来测量 LRC 电路的时间常数？

4.在 RC、RL 电路中，当 C 或 L 的损耗电阻不能忽略不计时，能否用本实验测量电路中的时间常数？

5.根据 LRC 串联谐振的特点，在实验中如何判断电路达到了谐振？

6.串联谐振时，电路和电感上的瞬时电压和相位关系如何？若将电容和电感接到示波器的 X 和 Y 轴上，将看到什么现象？为什么？

【注意事项】

- 1.应用各种仪器前，仔细查阅有关说明书和使用方法；
- 2.各电路元件在测量时，接地点应于仪器的接地点一致。