

## 实验 30 用波尔共振仪研究受迫振动

### 引言

在机械制造和建筑工程等科技领域中，受迫振动所导致的共振现象引起工程技术人员极大注意。这种共振现象既有破坏作用，也有许多实用价值。众多电声器件，是运用共振原理设计制作的。此外，在微观科学研究中，“共振”也是一种重要研究手段，例如利用核磁共振和顺磁共振研究物质结构等。表征受迫振动性质的是受迫振动的振幅-频率特性和相位-频率特性（简称幅频和相频特性）

本实验中，采用波尔共振仪定量测定机械受迫振动的幅频特性和相频特性，并利用频闪方法来测定动态的物理量——相位差。数据处理与误差分析方面内容也较丰富。

### 实验目的

1. 研究波尔共振仪中弹性摆轮受迫振动的幅频特性和相频特性。
2. 研究不同阻尼力矩对受迫振动的影响，观察共振现象。
3. 学习用频闪法测定物体的某些量。

### 实验原理

物体在周期外力的作用下发生的振动称为受迫振动，这种周期性的外力称为强迫力。如果外力是按简谐振动规律变化，那么稳定状态时的受迫振动也是简谐振动，此时，振幅保持恒定，振幅的大小与强迫力的频率和原振动系统无阻尼时的固有振动频率以及阻尼系数有关。在受迫振动状态下，系统除了受到强迫力的作用外，同时还受到回复力和阻尼力的作用。所以在稳定状态时物体的位移、速度变化与强迫力变化不是同相位的，存在一个相位差。当强迫力频率与系统的固有频率相同时产生共振，此时振幅最大，相位差为  $90^\circ$ 。

实验采用摆轮在弹性力矩作用下自由摆动，在电磁阻尼力矩作用下受迫振动来研究受迫振动特性，可直观地显示机械振动中的一些物理现象。

实验所采用的波尔共振仪的外形结构如图 1 所示。当摆轮受到周期性强迫外力矩  $M=M_0\cos\omega t$  的作用，并在有空气阻尼和电磁阻尼的媒质中运动时（阻尼力矩为  $-b\frac{d\theta}{dt}$ ）其运动方程为

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta - b\frac{d\theta}{dt} + M_0\cos\omega t \quad (1)$$

式中， $J$  为摆轮的转动惯量， $-k\theta$  为弹性力矩， $M_0$  为强迫力矩的幅值， $\omega$  为强迫力的圆频率。

令  $\omega_0^2 = \frac{k}{J}$ ， $2\beta = \frac{b}{J}$ ， $m = \frac{M_0}{J}$

则式 (1) 变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = m \cos \omega t \quad (2)$$

当  $m \cos \omega t = 0$  时，式 (2) 即为阻尼振动方程。

当  $\beta = 0$ ，即在无阻尼情况时式 (2) 变为简谐振动方程， $\omega_0$  即为系统的固有频率。方程 (2) 的通解为

$$\theta = \theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_f t + \alpha) + \theta_2 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

由式 (3) 可见，受迫振动可分成两部分：

第一部分， $\theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_f t + \alpha)$  表示阻尼振动，经过一定时间后衰减消失。

第二部分，说明强迫力矩对摆轮做功，向振动体传送能量，最后达到一个稳定的振动状态。

$$\text{振幅 } \theta_2 = \frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (4)$$

它与强迫力矩之间的相位差  $\varphi$  为

$$\varphi = \arctg^{-1} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (5)$$

由式 (4) 和式 (5) 可看出，振幅  $\theta_2$  与相位差  $\varphi$  的数值取决于强迫力矩  $m$ 、频率  $\omega$ 、系统的固有频率  $\omega_0$  和阻尼系数  $\beta$  四个因素，而与振动起始状态无关。

由  $\frac{\partial}{\partial \omega} [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2] = 0$  极值条件可得出，当强迫力的圆频率  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$  时，产生共振， $\theta$  有极大值，若共振时圆频率和振幅分别用  $\omega_r$ 、 $\theta_r$  表示，则

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (6)$$

$$\theta_r = \frac{m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (7)$$

式 (6)，(7) 表明，阻尼系数  $\beta$  越小，共振时圆频率越接近于系统固有频率，振幅  $\theta_r$  也越大。图 1 和图 2 表示在不同  $\beta$  时受迫振动的幅频特性和相频特性。

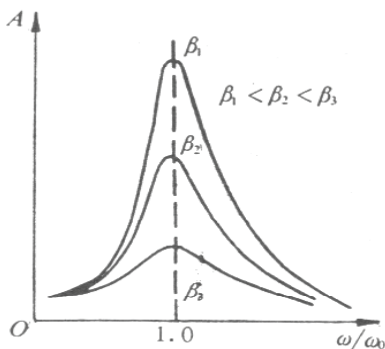


图 1

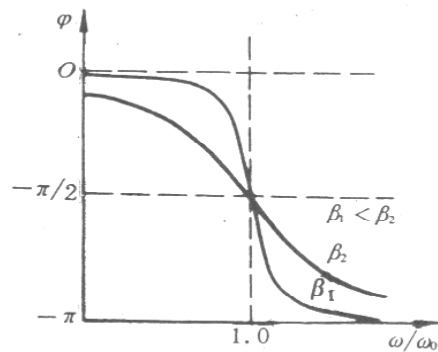
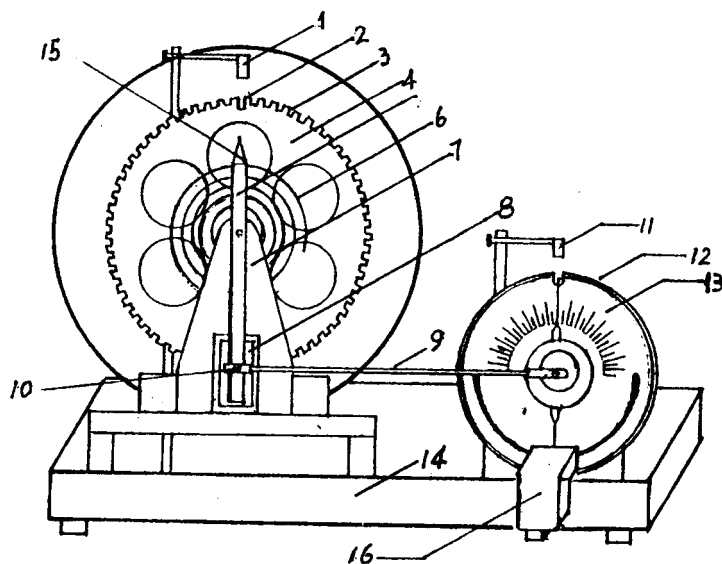


图 2

## 实验仪器

BG-2 型波尔共振仪由振动仪与电器控制箱两部分组成。振动仪部分如图 3 所示。由铜质圆形摆轮 A 安装在机架上，弹簧 B 的一端与摆轮 A 的轴相联，另一端可以固定在机架支柱上，在弹簧弹性力的作用下，摆轮可绕轴自由往复摆动。在摆轮的外围有一圈槽型缺口，其中一个长凹槽比其它凹槽长出许多。在机架上对准长凹槽处有一个光电门 H。它与电气控制箱相联接，用来测量摆轮的振幅（角度值）和摆轮的振动周期。在机架下方有一对带有铁芯的线圈 K，摆轮 A 恰巧嵌在铁芯的空隙。利用电磁感应原理，当线圈中通过电流后，摆轮受到一个电磁阻尼力的作用。改变电流的数值即可使阻尼大小相应变化。为使摆轮 A 作受迫振动。在电动机轴上装有偏心轮，通过连杆机构 E 带动摆轮 A，在电动机轴上装有带刻线的有机玻璃转盘 F，它随电机一起转动。由它可以由角度读数盘 G 读出相位差  $\varphi$ 。调节控制箱上的十圈电机转速调节旋钮，可以精确改变加于电机上的电压，使电机的转速在实验范围（30~45 转/分）内连续可调，由于电路中采用特殊稳速装置、电动机采用高精度数控电机，所以转速极为稳定。电机的有机玻璃转盘 F 上装有两个挡光片。在角度读数盘 G 中央上方（90° 处）也装有光电门（强迫力矩信号），并与控制箱相连，以测量强迫力矩的周期。



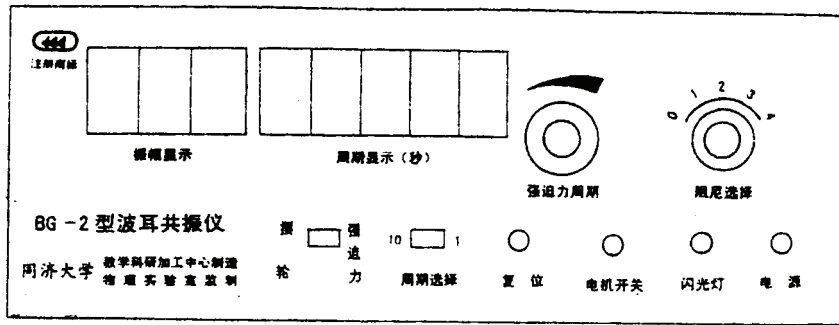
1. 光电门 H; 2. 长凹槽 D; 3. 短凹槽 D; 4. 铜质摆轮 A; 5. 摇杆 M; 6. 蜗卷弹簧 B;  
7. 支承架; 8. 阻尼线圈 K; 9. 连杆 E; 10. 摇杆调节螺丝; 11. 光电门 I; 12. 角度盘 G;  
13. 有机玻璃转盘 F; 14. 底座; 15. 弹簧夹持螺钉 L; 16. 闪光灯

图 3

受迫振动时摆轮与外力矩的相位差利用小型闪光灯来测量。闪光灯受摆轮信号光电门 H 控制，每当摆轮上长型凹槽 C 通过平衡位置时，光电门 H 被挡光，引起闪光。在稳定情况时，由闪光灯照射下可以看到有机玻璃指针好像一直“停在”某一刻度处，这一现象称为频闪现象，所以此数值可方便地直接读出，误差不大于  $2^\circ$ 。

摆轮振幅是利用光电门 H 测出摆轮 A 处圈上凹型缺口个数，并有数显装置直接显示出此值，精度为  $2^\circ$ 。

波尔共振仪电气控制箱的前面板和后面板分别如图 4 (a) 和(b)所示。



(a)

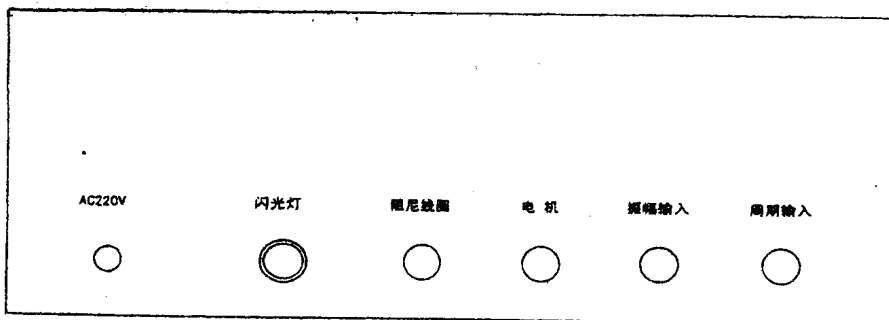


图 4(b)

左面三位数字显示摆轮 A 的振幅。右面 5 位数字显示时间，计时精度为  $10^{-3}$  秒。当周期次数选择在开关“1”处显示摆轮的振动周期，而当开关扳向“10”时，是显示强迫力矩的十个周期所需的时间。复位按钮仅在“10”时起作用。

电机转速调节旋钮，系带有刻度的十圈电位器，调节此旋钮时可以精确改变电机转速，即改变强迫力矩的周期。刻度仅供实验时参考，以便大致确定强迫力矩周期值在多圈电位器上的相应位置。

阻尼电流选择开关可以改变通过阻尼线圈内直流电流的大小，达到改变摆轮系统的阻尼系数。选择开关可分 6 档，“0”处阻尼电流为零，“1”最小约为 0.2A 左右，“5”处阻尼电流最大，约为 0.6A，阻尼电流采用 15 伏稳压装置提供，实验时选用位置根据情况而定（通常为 3，4）。

闪光灯开关用来控制闪光与否，当扳向接通位置时，当摆轮长缺口通过平衡位置便产生闪光，由于频闪现象，可从相位差读数盘上看到刻度线似乎静止不动的读数。（实际上有机玻璃盘 F 上刻度线一直在匀速转动）从而读出相位差数值，为使闪光灯管不易损坏，平时将此开关扳向“关”处，仅在测量相位差时才扳向接通。

电开关用来控制电机是否转动，在测定阻尼系数和摆轮固有频率  $\omega_0$  与振幅关系时，必须将电机关断。

电气控制箱与闪光灯和波尔共振仪之间通过各种专用电缆相连接。不会产生接线错误之弊病。

## 实验内容

### 1. 测定阻尼系数 $\beta$

将阻尼选择开关拨向实验时位置(通常选取 3, 4 处)此开关位置选定后，在实验过程中不能任意改变，或将整机电源切断，否则由于电磁铁剩磁现象将引起  $\beta$  变化，只有在某一阻尼系数  $\beta$  的所有实验数据测试完毕，要改变  $\beta$  值时才允许拨动此开关，这点是至关重要的。

从振幅显示窗读出摆轮作阻尼振动时的振幅数值  $\theta_0$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ …… $\theta_n$ ，利用公式

$$\ln \frac{\theta_0 e^{-\beta t}}{\theta_0 e^{-\beta(t+nT)}} = n\beta T = \ln \frac{\theta_0}{\theta_n} \quad (8)$$

求出  $\beta$  值，式中  $n$  为阻尼振动的周期次数， $\theta_n$  为第  $n$  次振动时的振幅， $T$  为阻尼振动周期的平均值。此值可以由连续测出每次振幅时的振动周期值，然而取平均值得到。

进行本实验内容时，电机电源必须切断，指针 F 放在  $0^\circ$  位置， $\theta_0$  通常选取在 130~150 之间。

## 2. 测定受迫振动的幅频特性和相频特性曲线。

保持阻尼选择开关在原位置，改变电动机的转速，即改变强迫力矩频率  $\omega_0$ 。当受迫振动稳定后，读取摆轮振幅值，并利用闪光灯测定受迫振动位移与强迫力矩的相位差。

强迫力矩的频率可从摆轮振动周期算出，也可以将周期选择开关向“10”处直接测定强迫力矩的 10 个周期后算出，在达到稳定状态时，两者数值应相同。前者为 4 位有效数字，后者为 5 位有效数字。

在共振点附近由于曲线变化较大，因此测量数据要相对密集些，此时电机转速微小变化会引起  $\Delta\varphi$  很大改变。电机转速旋钮上的读数是一参考值，建议在不同  $\omega$  时记下此值，以便实验中需重新测量数据时参考。

## 思考题

1. 闪光灯闪亮时，强迫力矩盘指针及摆轮盘长缺口槽的方向分别在什么位置？
2. 若实验中读数稳定后，相位差二次读数差值较大，主要原因是什么？